

Approches statistiques multivariées

Bruno Bousquet, Université de Bordeaux

Sommaire

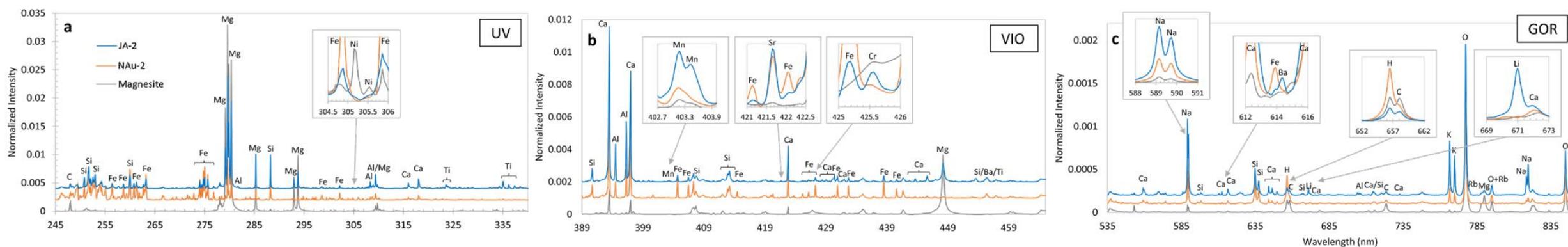
- Pourquoi faire appel à des approches multivariées ?
- L'observation des données
- L'analyse quantitative
- Le tri
- Bilan et bonnes pratiques

Pourquoi faire appel à des approches multivariées ?

⇒ *Lorsque la question posée nécessite de prendre en compte plusieurs variables !!!*

Exemple 1: âge, poids, activité physique, régime alimentaire...=> maladie cardiaque

Exemple 2: composition chimique, propriétés physiques => matériau recyclé ou non



Un spectre LIBS contient des centaines de variables !

Lorsque les échantillons ne partagent pas les mêmes caractéristiques physiques et/ou chimiques

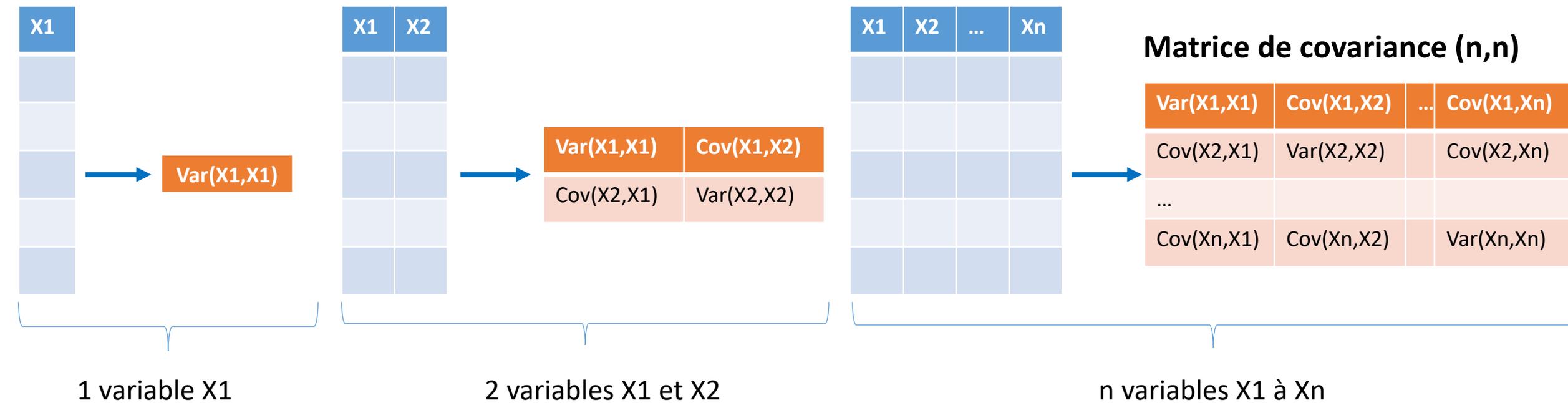
- **Modèle de régression univarié inutilisable**
- **L'approche multivariée permet de prendre en compte les effets de matrice**

L'observation des données

Covariance

Comment observer les différences entre 1000 spectres LIBS contenant chacun plus de 1000 variables ?

⇒ Il faut transposer à N-dimensions les analyses statistiques que l'on sait faire à 1 dimension : calcul de moyenne et d'écart-type (ou variance = carré de l'écart-type)



Analyse en composantes principales -ACP

La matrice des covariances contient des milliers voire des millions de valeurs numériques

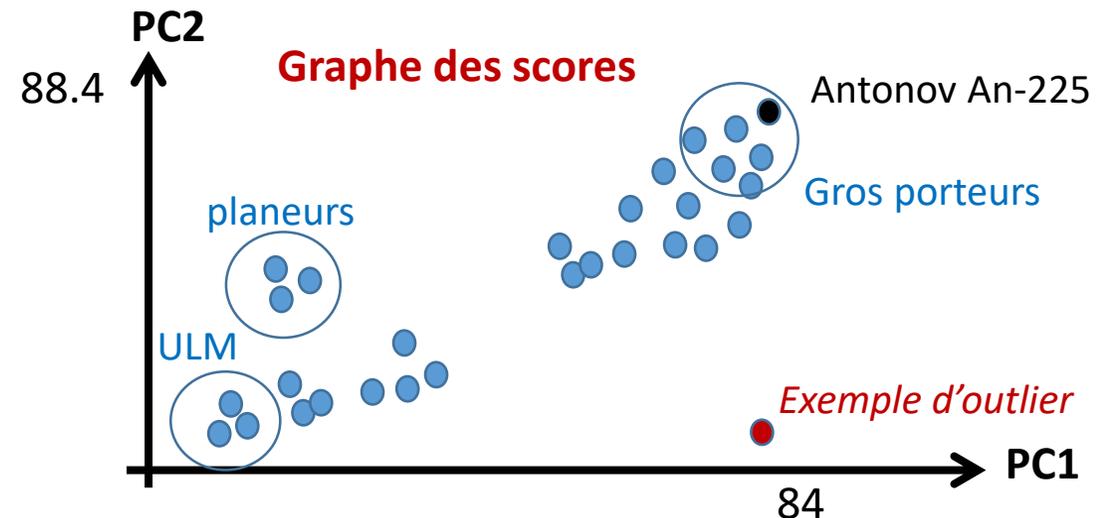
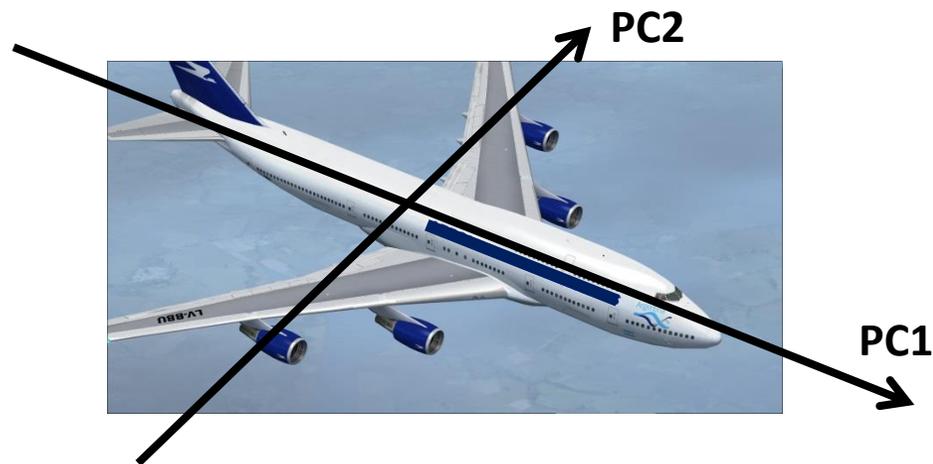
- ⇒ Résultats les plus marquants dans un espace de plus petite dimension
- ⇒ C'est ce que fait **l'analyse en composantes principales** (ACP ou PCA)

Exemple: comment différencier un millier d'avions entre eux ?

Les variables sont : longueur, hauteur, envergure et forme des ailes, la dimension de la queue, le nombre de réacteurs, etc...

Pour simplifier, considérons que le paramètre qui varie le plus d'un avion à l'autre soit la longueur et le suivant l'envergure.

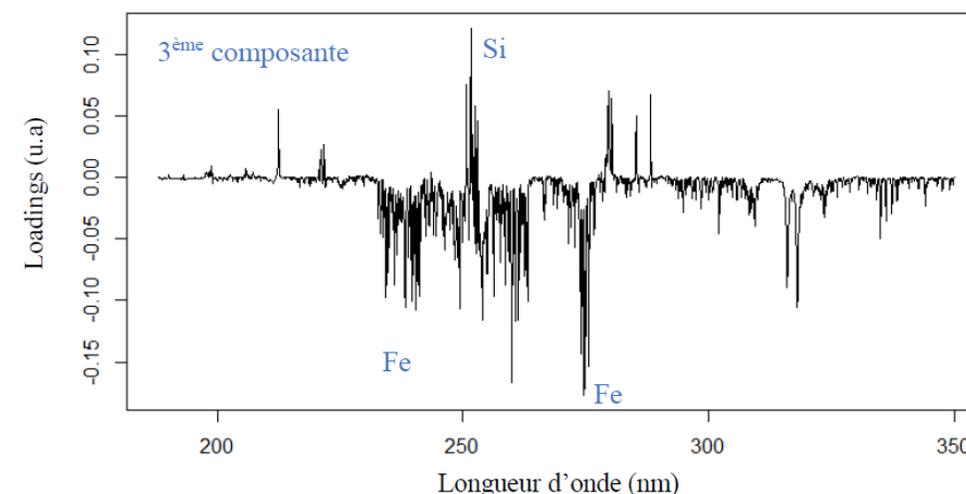
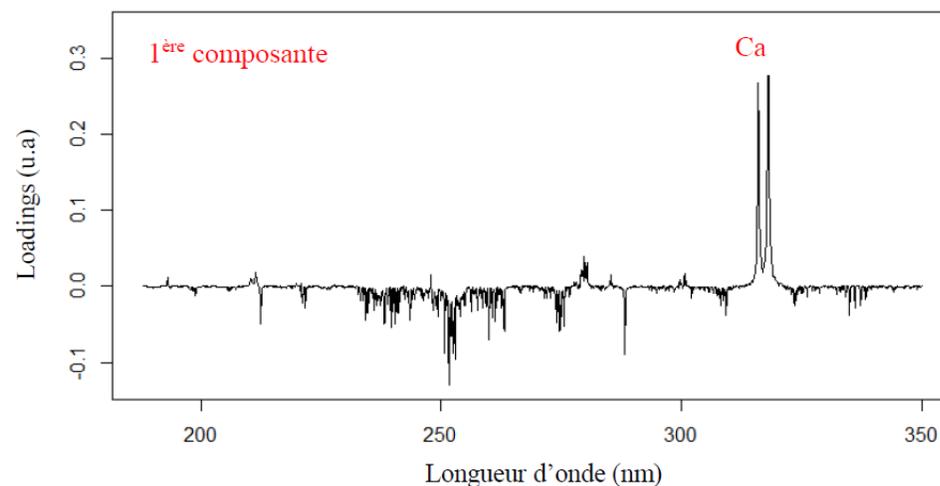
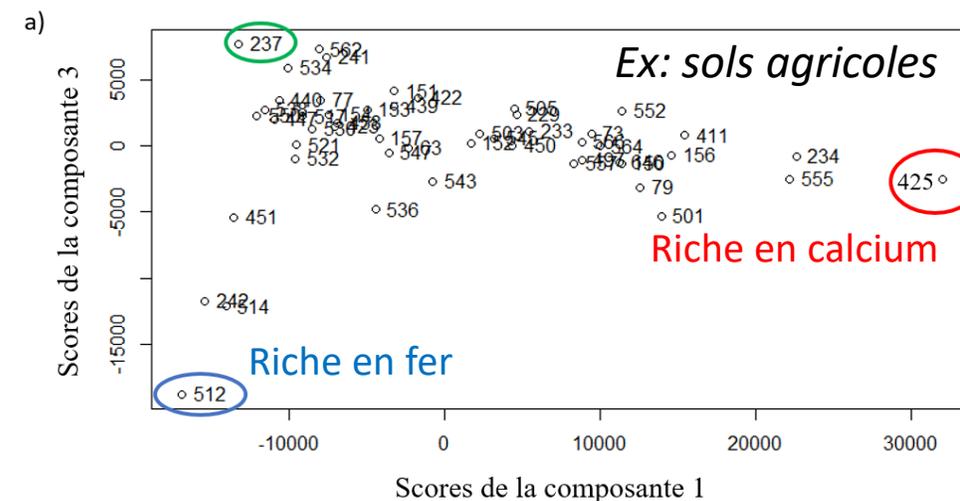
Dans ce cas l'axe mesurant la longueur devient celui de la première composante principale PC1 et celui mesurant l'envergure, PC2.



ACP appliquée aux données LIBS

- ⇒ Les composantes principales PC sont des combinaisons linéaires des variables (longueurs d'onde)
- ⇒ Chaque point dans les graphes des scores représente un spectre LIBS

Matrice X	λ_1	λ_2	λ_3	...	λ_n
Spectre 1	I11	I12	I13		I1n
Spectre 2	I21	I22	I23		I2n
Spectre 3	I31	I32	I33		I3n
...	<i>Données centrées (on soustrait la valeur moyenne)</i>				
Spectre p	Ip1	Ip2	Ip3		Ipn



Bilan

⇒ ***Une observation des spectres LIBS est fortement recommandée en préalable à de leur analyse***

- **Détection des outliers :**

- Dû à l'échantillon lui-même (composition chimique; propriétés physiques très différente de la moyenne des échantillons observés)
- Dû à une anomalie des conditions expérimentales
- *On exclut les données anormales !*

- **Détection de groupes (classes) de points :**

- Meilleure connaissance du jeu de données
- A l'œil nu ou par calcul de distances entre points
- Interprétations: composition chimique, propriétés physiques, besoins en normalisation

- **Très grande réduction de dimensionnalité ; compression**

- **Mise en évidence de corrélation/anti-corrélation entre variables**

L'analyse quantitative

L'analyse quantitative - principe

Construire un modèle permettant de relier les données LIBS aux valeurs de concentration de l'élément d'intérêt.

Variable d'entrée X1

Signal extrait du spectre LIBS
pour la raie d'émission choisie



Modèle univarié

Régression linéaire par
moindres carrés



Donnée de sortie Y

Valeur prédite de concentration
pour l'élément d'intérêt

- Pour un élément donné, les performances dépendent de:
la raie d'émission, la méthode d'extraction des données et la normalisation.
- Pour construire le modèle (apprentissage), il faut un lot de spectres pour lesquels la concentration est connue :
lot de calibration
- Pour valider le modèle, il faut un lot de spectres pour lesquels la concentration est connue mais qui n'ont pas servi à construire le modèle; ***lot de validation***
- On peut estimer la ***précision du modèle grâce aux limites de prédiction***

L'analyse quantitative – bases de l'approche multivariée

Variables d'entrée X
extraites du spectre LIBS

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N1} & \cdots & x_{Nk} \end{bmatrix}$$

- Spectres complet ou variables sélectionnées
- Avec/sans normalisation
- Matrice de données X

Modèle

Régression multi-linéaire
par moindres carrés
partiels - PLS

Donnée de sortie Y

Valeur prédite de concentration
pour l'élément d'intérêt

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}$$

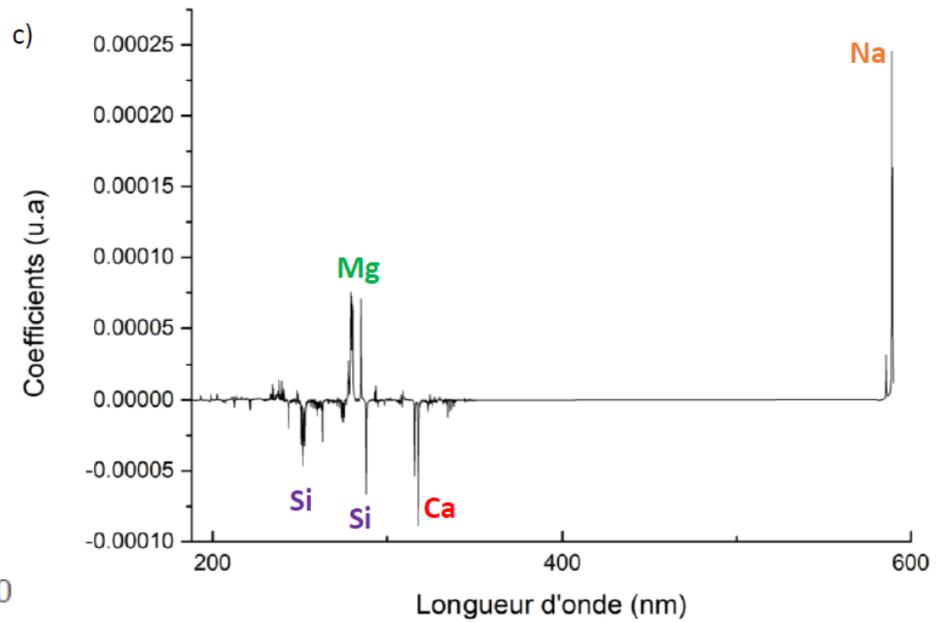
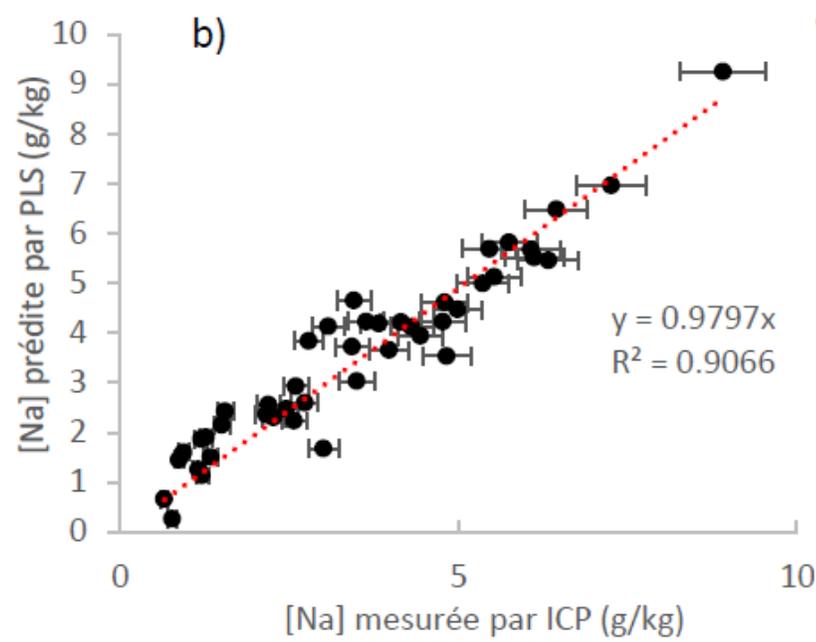
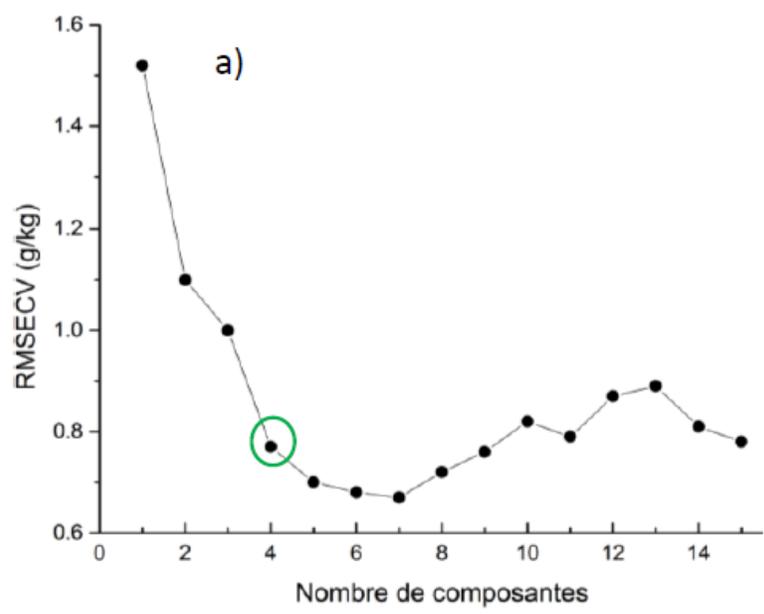
- A partir des spectres du lot de calibration, on calcule les composantes qui permettent de décrire le maximum de variance **de manière corrélée** aux valeurs de concentration.

$$\begin{cases} X = \mathbf{t} \cdot \mathbf{P}^T + \mathbf{E} \\ y = \mathbf{t} \cdot \mathbf{q} + \mathbf{f} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \mathbf{t}: \text{scores} \\ \mathbf{P}, \mathbf{q}: \text{loadings} \\ \mathbf{E}, \mathbf{f}: \text{erreurs que l'on cherche à minimiser} \end{array}$$

Le nombre de composantes optimum est obtenu par **validation croisée**

L'analyse quantitative – calibration

Exemple : quantification par PLS-LIBS du sodium (Na) dans des sols agricoles



Root-mean square errors - RMSE

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{p=1}^N (c_p - \hat{c}_p)^2}{N}}$$

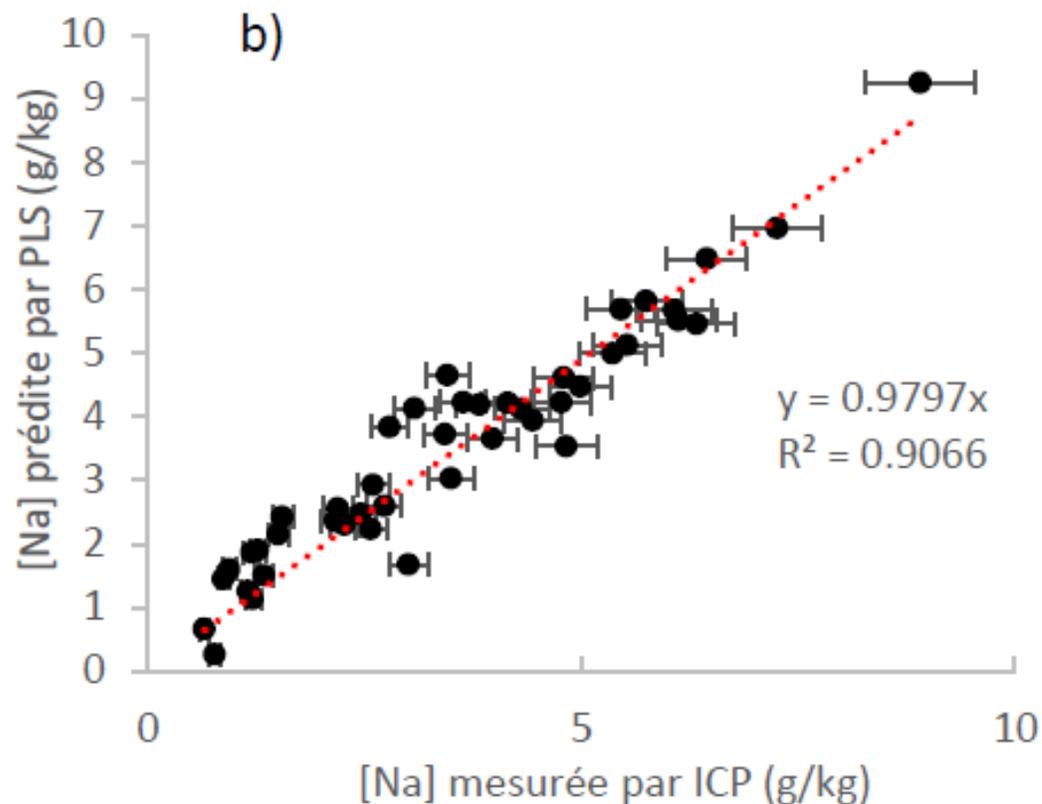
c_p de référence
 \hat{c}_p prédites
 N # spectres

La quantification par PLS s'appuie sur les raies d'émission de :

- Na
- Mg (corrélation)
- Si et Ca (anti-corrélation)

L'analyse quantitative – validation

Exemple : quantification par PLS-LIBS du sodium (Na) dans des sols agricoles



La validation est une étape nécessaire pour considérer que le modèle PLS est adapté pour prédire les valeurs de concentration d'échantillons inconnus.

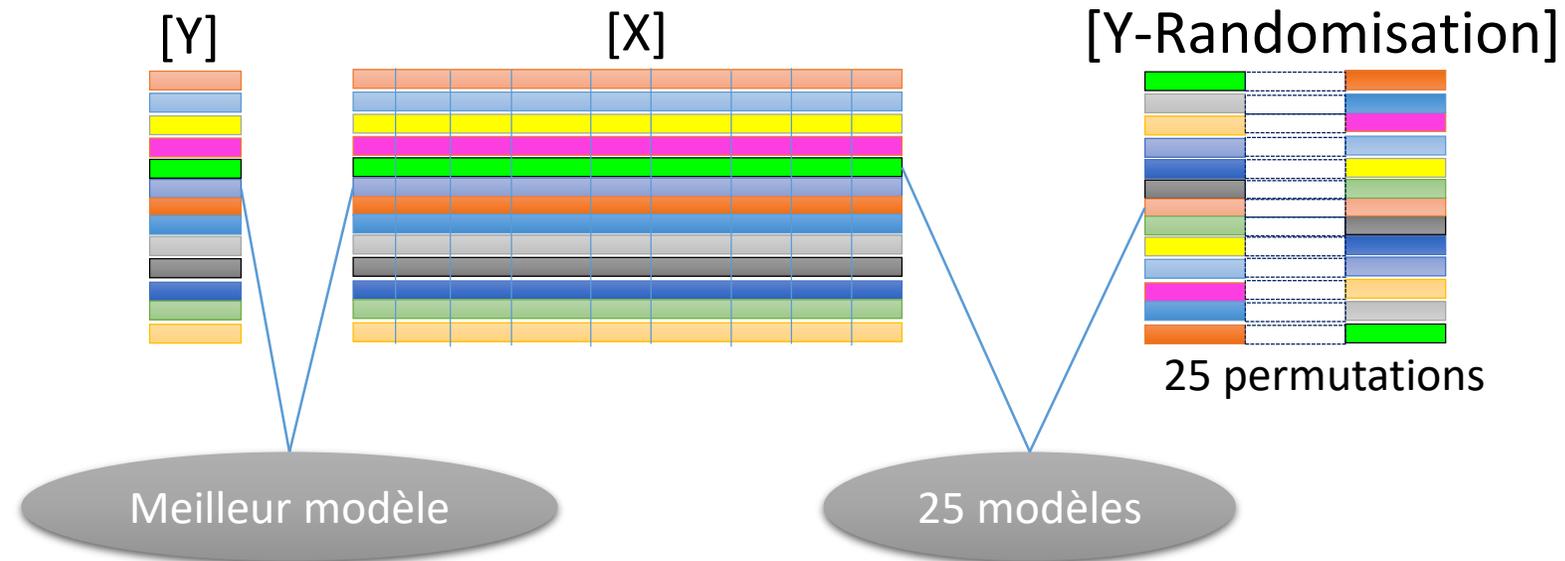
➔ **RMSECV = 0,76 g/kg**

Pour 11 échantillons du lot de validation

[Na] g/kg	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	V11
Connue	7.57	1.23	7.90	3.19	5.67	6.27	6.30	5.60	5.91	6.81	3.78
Prédite	7.09	1.85	9.23	3.31	5.94	7.07	5.45	6.29	6.87	6.93	5.04
Incertitude	0.81	0.37	0.69	0.38	0.45	0.40	0.52	0.61	0.54	0.87	0.32

➔ **RMSEP = 0,79 g/kg**

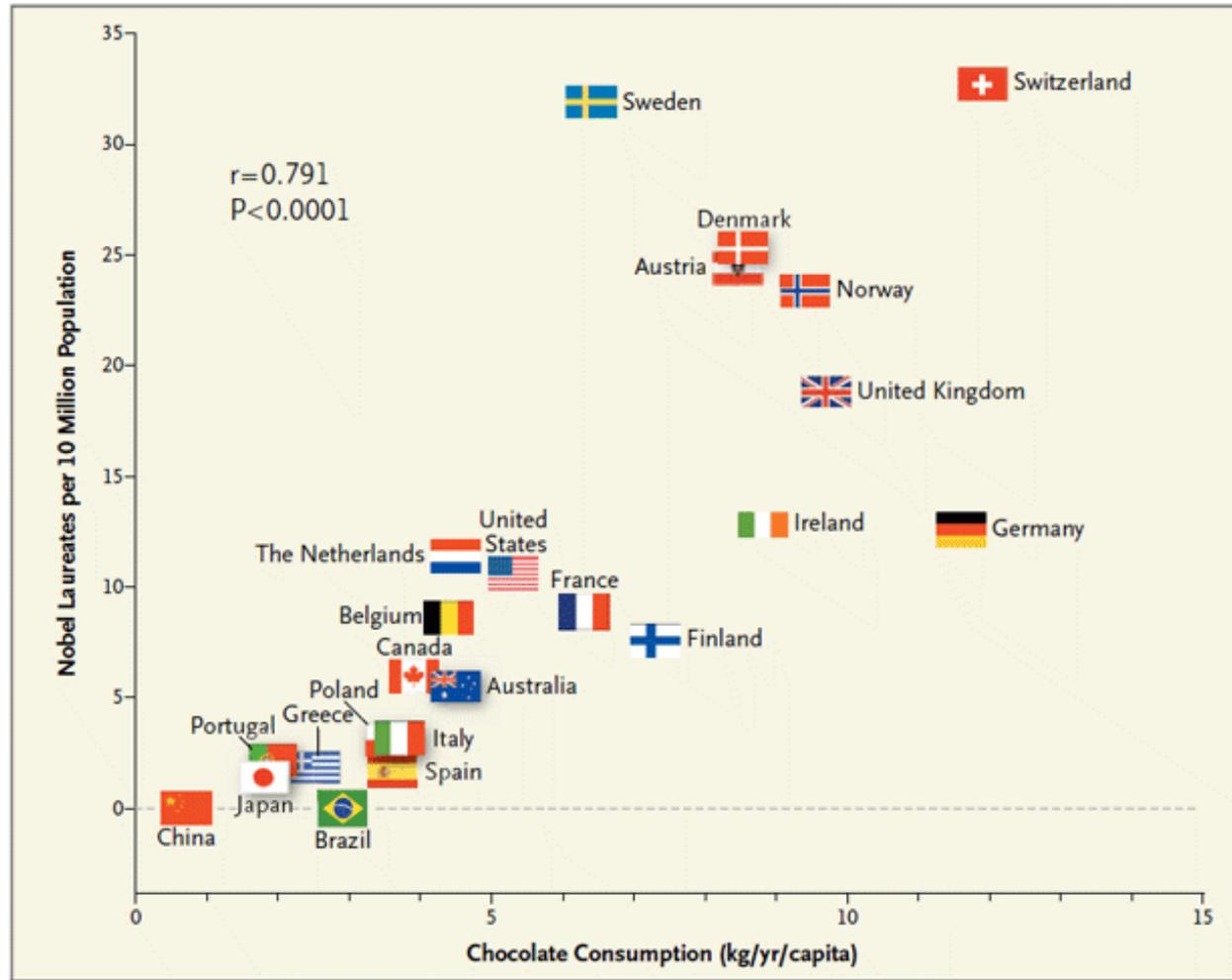
L'analyse quantitative – validation (suite)



Le **meilleur modèle** est considéré **robuste** lorsque :

- $R^2 \gg R^2 \text{ Random}$
- $RMSE \ll RMSE \text{ Random}$

Mise en garde - Corrélation n'est pas causalité

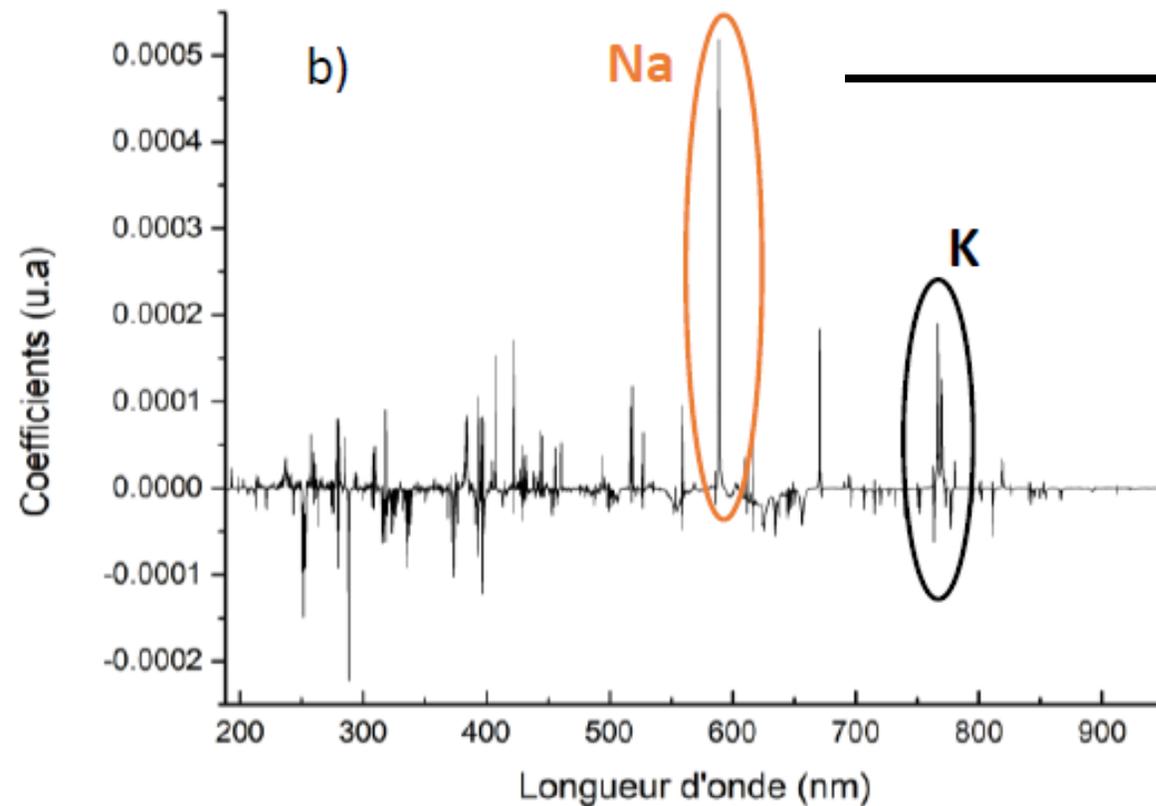


D'après ce graphe, on a plus de chance d'obtenir le prix Nobel si on habite dans un pays qui a la plus grande consommation de chocolat !!!

Figure 1. Correlation between Countries' Annual Per Capita Chocolate Consumption and the Number of Nobel Laureates per 10 Million Population.

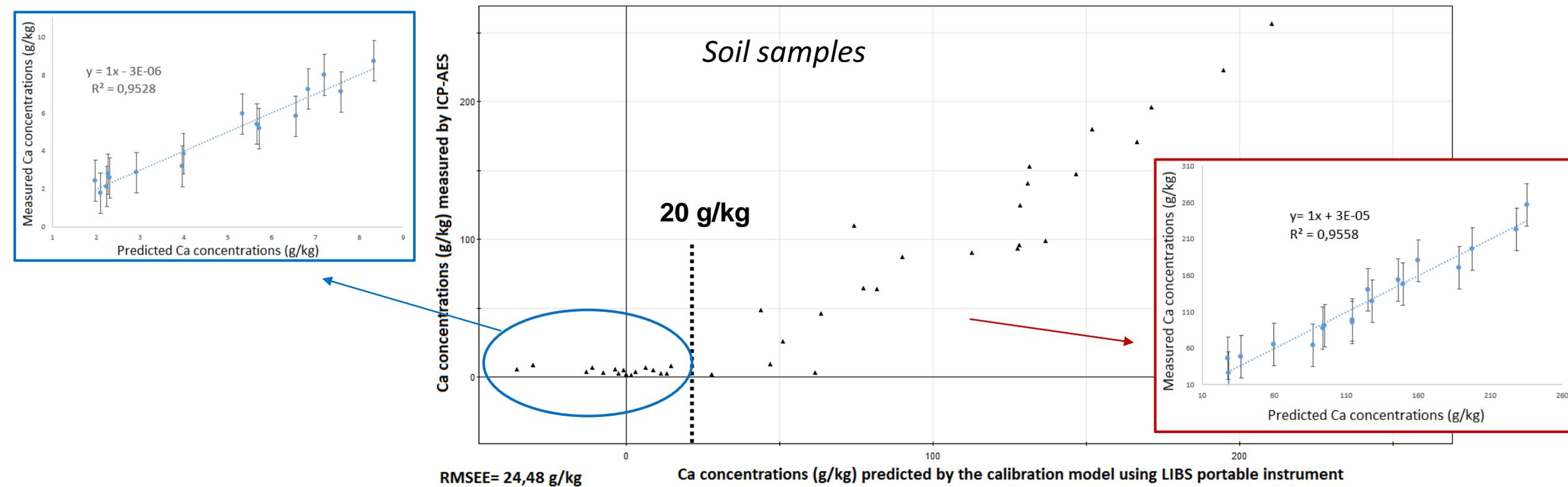
Mise en garde - Corrélation n'est pas causalité (suite)

*Quantification par PLS-LIBS du **potassium (K)** dans des sols agricoles*



Résultat inattendu, dû à une **corrélation entre K et Na.**

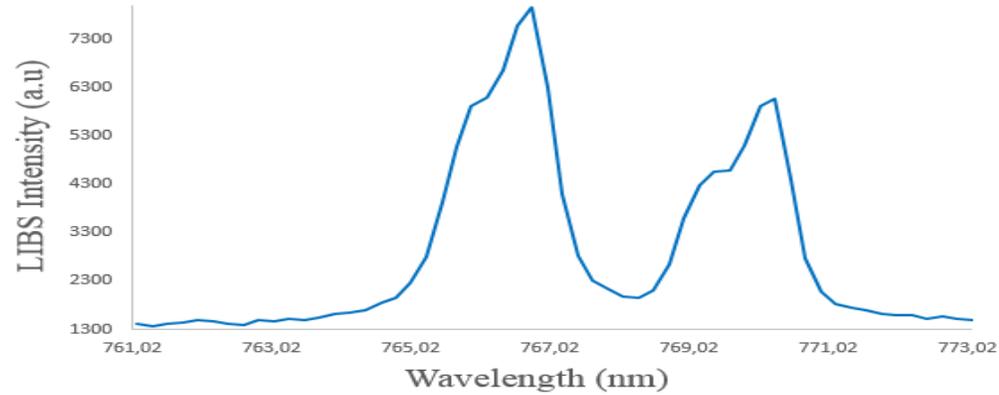
Mise en garde – large gamme de concentrations



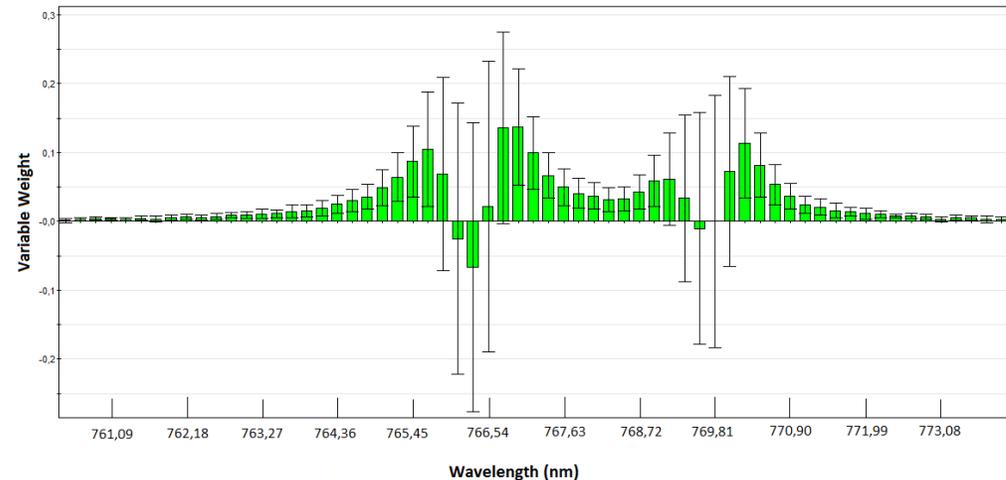
Ne pas hésiter à construire deux modèles (faibles /fortes concentration) si besoin !

Mise en garde – plasma opaque

Exemple : Potassium dans des échantillons de sol agricole



↓ **PLS**



Le poids des variables dans le modèle PLS montre que l'intensité pour la variable au milieu de chaque raie d'émission n'est pas corrélée à la concentration !



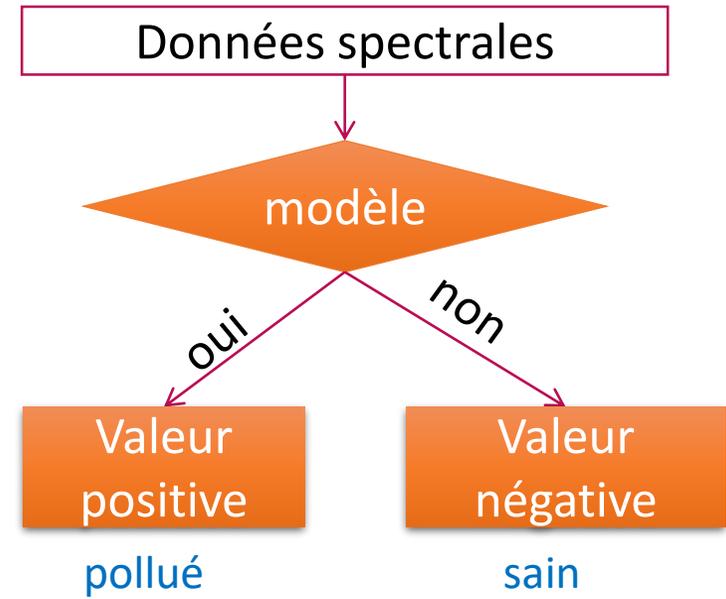
Sélection de variables

Le tri

Le principe de base du tri simple supervisé

Apprentissage à partir d'un lot d'échantillons connus

Exemple : l'échantillon est-il pollué ?



		Données de référence	
		Positive - pollué	Négative - sain
Données LIBS	Positive pollué	TP Vrai positif	FP Faux positif
	Négative sain	FN Faux négatif	TN Vrai négatif
		sensibilité = TP/(TP+FN)	spécificité = TN/(FP+TN)

Précision (%) = $100 * (TP+TN) / (TP+FP+FN+TN)$

Meilleur modèle : sensibilité et spécificité les plus élevées.

Le principe de base du tri multiple supervisé

Apprentissage à partir d'un lot d'échantillons connus

L'échantillon appartient-il à la classe C1, C2, C3...

Précision du modèle global

$$= \frac{\text{nombre d'échantillons correctement classés (toutes les classes)}}{\text{nombre total d'échantillons}}$$

Pour chaque classe C_i :

		Données de référence	
		Positive	Négative
Données LIBS	Positive	TP Vrai positif	FP Faux positif
	Négative	FN Faux négatif	TN Vrai négatif
		sensibilité = $TP/(TP+FN)$	spécificité = $TN/(FP+TN)$

**Meilleur modèle : sensibilité et spécificité les plus élevées pour chaque classe
+ précision globale la plus élevée.**

Le tri à partir des spectres LIBS

Variables d'entrée
extraites du spectre LIBS



Modèle de classification



Donnée de sortie
Valeur numérique c_j associée à la classe C_j

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N1} & \cdots & x_{Nk} \end{bmatrix}$$

Ex: PLS-DA
analyse discriminante

$$y = \begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_M \end{bmatrix} \quad \text{M classes}$$

Mêmes calculs que pour le modèle PLS !

Exemple : provenance d'échantillons d'obsidienne

Table 3 Confusion matrix for the training set

	BDT	LDV	LI	PA	SA	SB1	SB2	SC
BDT	18	0	0	0	0	0	0	0
LDV	0	18	0	0	0	0	0	0
LI	0	0	7	0	0	0	0	0
PA	0	0	0	23	0	0	0	0
SA	0	0	0	0	13	0	0	0
SB1	0	0	0	0	0	16	0	0
SB2	0	0	0	0	1	0	14	0
SC	0	0	0	0	0	0	0	45

Table 4 Confusion matrix for the validation set

	BDT	LDV	LI	PA	SA	SB1	SB2	SC
BDT	7	0	0	0	0	0	0	0
LDV	0	8	0	0	0	0	0	0
LI	0	0	4	0	0	0	0	0
PA	0	0	0	11	0	0	0	0
SA	0	0	0	0	6	0	1	0
SB1	0	0	0	0	0	7	0	1
SB2	0	0	0	0	0	2	5	0
SC	0	0	0	0	0	1	0	20

Bonnes pratiques

Bonnes pratiques

1. Comprendre les données et les questions analytiques
“Garbage IN => Garbage OUT”
2. Choisir le meilleur type de modèle supervisé
3. Préparer les données
4. Optimiser le modèle
5. Valider et tester le modèle



ELSEVIER

Spectrochimica Acta Part B: Atomic Spectroscopy

Volume 101, 1 November 2014, Pages 171-182



Review

Good practices in LIBS analysis: Review and advices

J. El Haddad, L. Canioni, B. Bousquet  

Comprendre les données et les questions analytiques

- Quantification
- Tri
- Nombre de données de référence
- Etendue des valeurs de concentration
- Représentativité des classes
- Effets de matrice
- Conditions expérimentales
- Données aberrantes (outliers)
- Variables corrélées



Méthodes non-supervisées

PCA

Principal Component Analysis

MCR-ALS

Multivariate Curve Resolution-
Alternating Least Squares

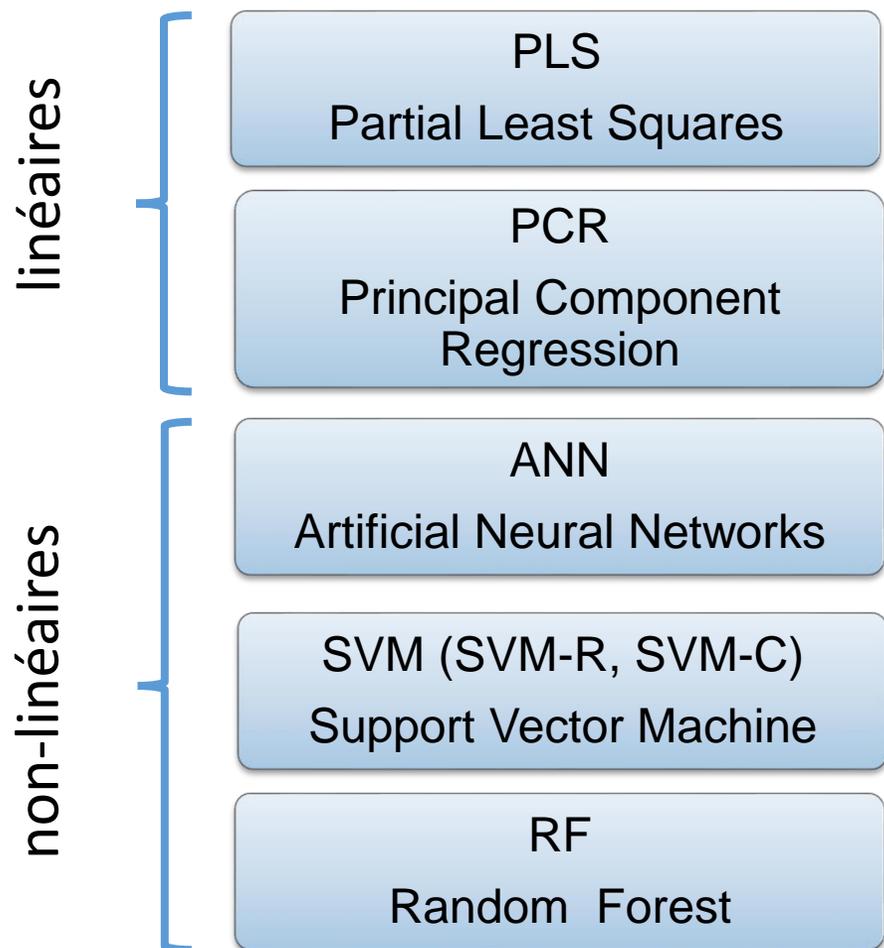
ICA

Independent Component Analysis

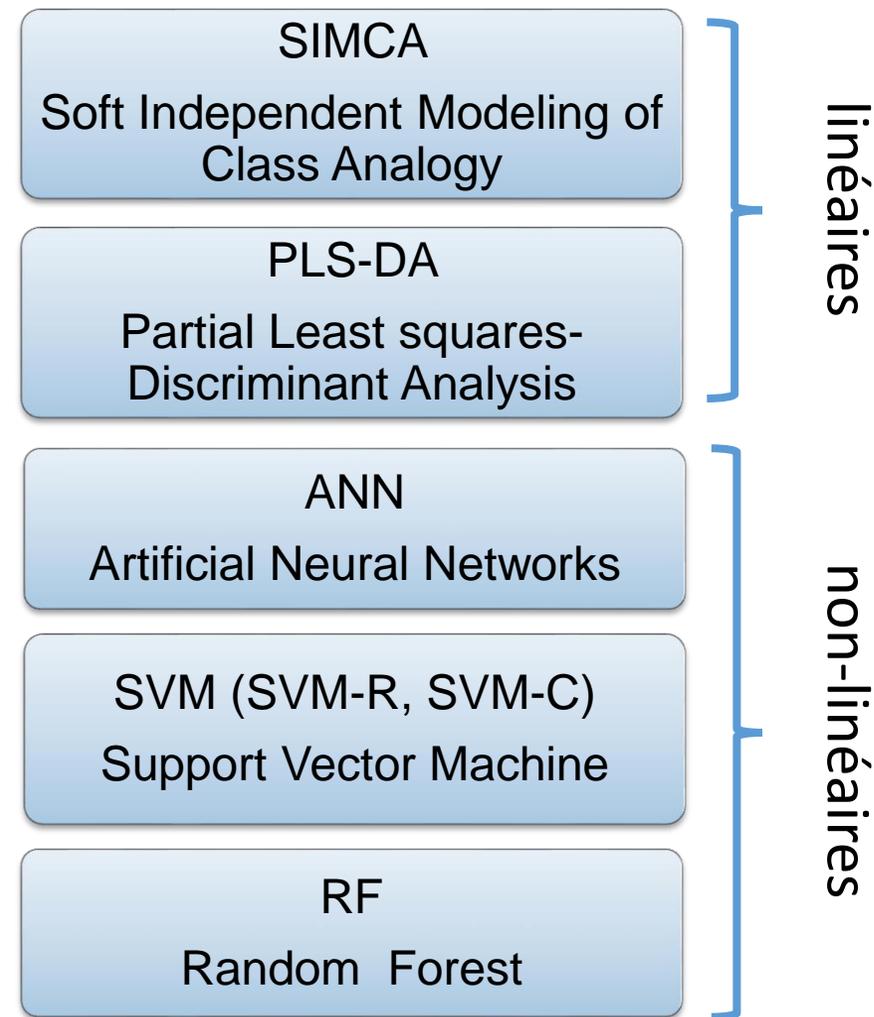
Kohonen Artificial Neural Network

Choisir le meilleur type de modèle supervisé

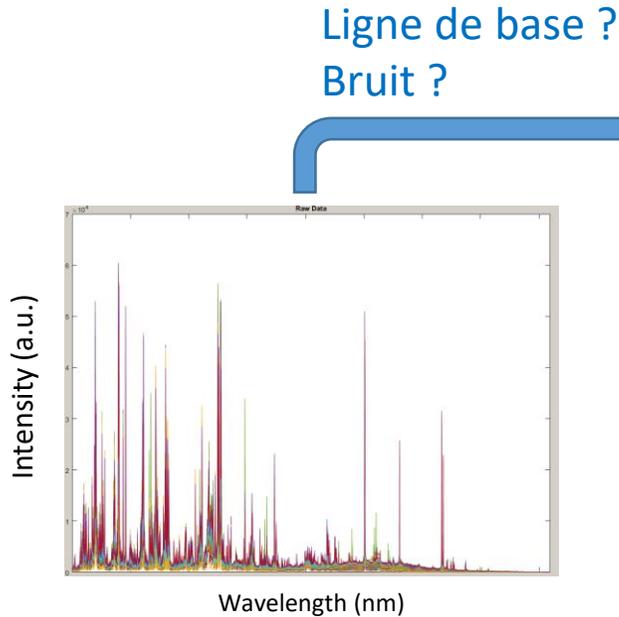
- Quantification



- Tri



Préparer les données



LIBS intensity spectrum data						
Wavelength (nm)						
		223.229	223.3727	---	994.3837	994.6131
Spectra	S 01	150.1	158.4	---	22.1	23.3
	S 02	164.8	174.2	---	21.5	21.1
	S 03	173.6	180.8	---	13.3	14.4
	S 04	230.9	221.4	---	25.1	26.9
	S 05	254.8	247.1	---	20.4	22.0
	S 06	235.0	226.9	---	21.4	22.4
	S 07	149.9	157.4	---	19.4	20.5
	S 08	163.1	171.7	---	15.8	16.5
	S 09	174.0	181.0	---	20.0	21.3
	S 10	247.0	244.0	---	25.4	26.1
Sn		---	---	---	---	---

Scaling

Normalization

- Division par l'aire totale du spectre
- **SNV** (standard normal variate) : soustraction de la moyenne puis division par l'écart type des valeurs (ligne)

- **Données centrées** (mean centering) : on soustrait à chaque valeur d'intensité la valeur moyenne de la colonne
- **Données centrées réduites** (unit variance scaling) : on soustrait à chaque valeur d'intensité la valeur moyenne de la colonne puis on divise chaque nouvelle valeur par l'écart-type des valeurs de la colonne ; donne le même poids à chaque variable

Optimiser le modèle

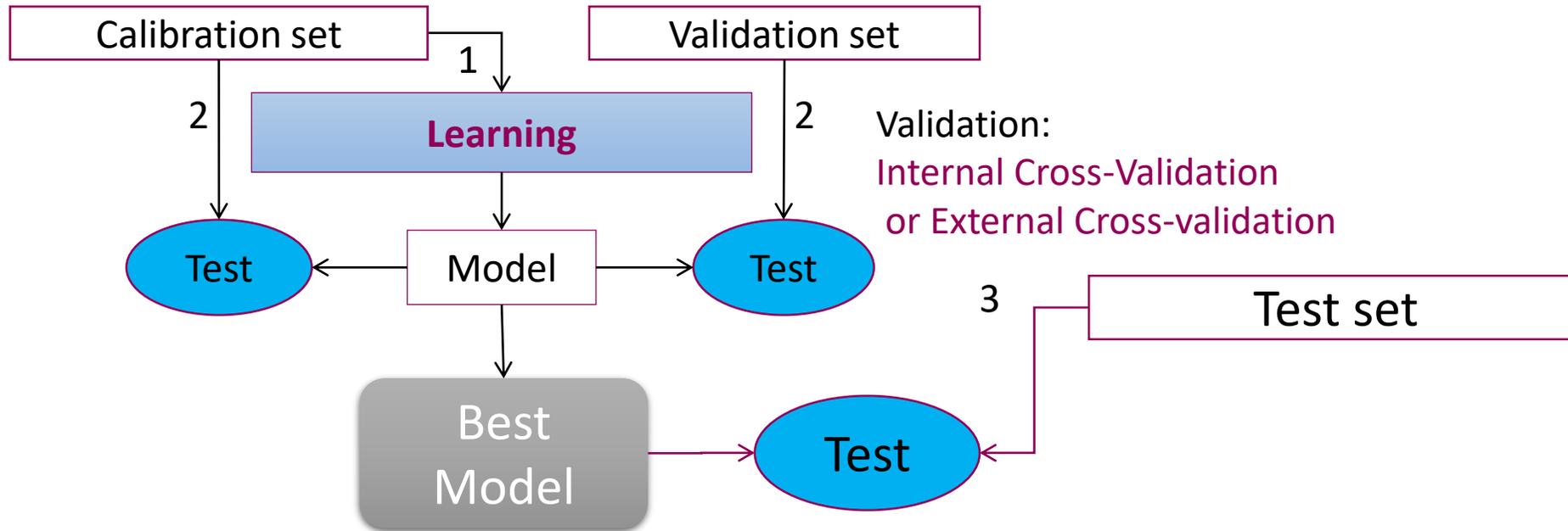
Réduire le nombre de variables d'entrée

- Réduit le bruit, le temps de calcul
- Évite le sur-apprentissage
- Guide l'apprentissage en se basant sur des informations physiques et non sur du bruit
- Nécessaire pour certains modèles (ex: ANN)

Déterminer les meilleurs paramètres du modèle

- Nombre de composantes
- Vitesse d'apprentissage
- Etc.

Valider et tester le modèle



Pour chaque test, on calcule les indicateurs de performance

Si les valeurs des indicateurs sont semblables pour le lot de calibration et de validation

⇒ Le modèle ne souffre pas de sur-apprentissage

Si les valeurs des indicateurs sont semblables pour le lot de test et de validation

⇒ Le modèle est généralisable à des échantillons inconnus

Questions ?

Fin !

bruno.bousquet@u-bordeaux.fr